ПУЛЬСАЦИОННАЯ СТРУКТУРА ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Влияние поперечного магнитного поле на структуру турбулентного течения исследуются значительное время. Метод расчета турбулентных характеристик течений на основе одноточечных моментов второго порядка для течения в трубе и струйных течении были получены в различных работах, при этом в этих работах течения рассматриваются как двумерные. Как известно, МГД течения имеет трехмерный пространственный характер. Поэтому, необходимо построения трехмерных моделей для расчета пульсационных характеристик турбулентных течений. Эти модели должны детально описывать турбулентные характеристики поля течения. В большинстве МГД течении, имеющие практический интерес происходят при $\mathrm{Re}_m << 1$. В этом случае можно пренебречь членами, содержащими пульсацию магнитного поля, по сравнению с членами, содержащими средние значения магнитного поля. Пульсационная составляющая электрического поля в законе Ома состоит из составляющей, связанная с разделением зарядов e_r к индуцированной составляющей: $e_r + \varepsilon_{rlm} u_l \mathrm{B}_m$. Магнитное поле связанное с разделением зарядов, вызывается индуцированным полем и противоположны по знаку, тогда принимается допущение об их пропорциональности

$$e_r = -\beta_* \varepsilon_{rlm} u_l \mathrm{B}_m$$

где $0 < \beta_* < 1$. Далее будет принято обозначение $\alpha_* = 1 - \beta$. С учетом этого допущения уравнения для тензора турбулентных напряжений запишутся в виде :

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\overline{u_i u_j} + U_k \frac{\partial}{\partial x_k}\overline{u_i u_j} = -\overline{u_j u_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \overline{u_i u_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{\frac{p}{\rho}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)} +$$

$$+\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\nu\frac{\partial}{\partial x_i}\overline{u_iu_j}-\overline{u_iu_ju_k}-\overline{\left(\delta_{jk}u_i+\delta_{ik}u_j\right)\frac{p}{\rho}}\right]-2\nu\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}}- \qquad (1)$$

$$-\frac{\alpha_*\sigma}{\rho}(2\overline{u_iu_j}\mathrm{B}_s\mathrm{B}_s-\overline{u_iu_s}\mathrm{B}_j\mathrm{B}_s-\overline{u_ju_s}\mathrm{B}_i\mathrm{B}_s)$$

При применении этих уравнении, как и в стратифицированных течениях, используются гипотезы Колмогорова и Ротта. Уравнение (1) записанный для чисто сдвигового развитого турбулентного течения примет окончательный вид

$$\overline{u_ju_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k}+\overline{u_iu_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k}+k\frac{\sqrt{E}}{l}\left(\overline{u_iu_j}-\frac{2}{3}\delta_{ij}E\right)+\frac{2}{3}c\delta_{ij}\frac{E^{3/2}}{l}+$$

$$+\frac{\alpha_*\sigma}{\rho}(2\overline{u_iu_j}\mathrm{B}_s\mathrm{B}_s-\overline{u_iu_s}\mathrm{B}_j\mathrm{B}_s-\overline{u_ju_s}\mathrm{B}_i\mathrm{B}_s)=0 \qquad (2)$$

Решения уравнений (2) будем искать как и прежде, в виде двух сомножителей, один из которых совпадает с решением для однородной среды, а второй учитывает влияние магнитного поля на структуру течения

$$E=E_0\psi^2,\quad u_1^2=\left(u_1^2\right)_0\cdot\Omega_1,\quad u_2^2=\left(u_2^2\right)_0\cdot\Omega_2,\quad u_3^2=\left(u_3^2\right)_0\cdot\Omega_3,$$
$$u_1u_3=\left(u_1u_3\right)_0\cdot\Omega_4,\quad u_2u_3=\left(u_2u_3\right)_0\cdot\Omega_5,\quad u_1u_2=\left(u_1u_2\right)_0\cdot\Omega_6 \qquad (3)$$

Первый из них с индексом “0” обозначает соответствующую величину для однородной среды. Второй сомножитель Ω_i учитывает влияние магнитного поле на течение и является функцией числа Стюарта St

$$\psi=\sqrt{1+n\cdot(St)^2}-m\cdot St$$

$$\Omega_1=\Omega_2=\frac{\psi^2\left[1+r(\psi+\frac{St}{\sqrt{r}})\right]}{(r+1)\left(\psi+\frac{St}{\sqrt{r}}\right)\left(\psi+\frac{2St}{\sqrt{r}}\right)} \qquad (4)$$

$$\Omega_3 = \psi^2 \qquad \Omega_4 = \Omega_5 = \frac{\psi^2}{\left(\psi + \frac{St}{\sqrt{r}}\right)}$$

$$\Omega_6 = \frac{\psi^2}{\left(\psi + \frac{St}{\sqrt{r}}\right)\left(\psi + \frac{2St}{\sqrt{r}}\right)}$$

Очевидно, что $\psi(0)=1$, а также, что некоторые Ω_i из соображений симметрии должны совпадать.

$$\left(\overline{u_3^2}\right)_0 = \frac{2}{3}\left(1-\frac{c}{k}\right)\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_3}{\partial x_3}\right)^2\right]$$

$$\left(\overline{u_1^2}\right)_0 = \frac{2}{3}\frac{c}{k}\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left[\left(\frac{k}{c}-1\right)\left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{k}{c}+2\right)\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2\right]$$

$$\left(\overline{u_2^2}\right)_0 = \frac{2}{3}\frac{c}{k}\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left[\left(\frac{k}{c}-1\right)\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{k}{c}+2\right)\left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2\right]$$

$$\left(-\overline{u_1u_3}\right)_0 = l^2\sqrt{\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2}\,\frac{\partial U_1}{\partial x_3}$$

$$\left(-\overline{u_2u_3}\right)_0 = l^2\sqrt{\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2}\,\frac{\partial U_2}{\partial x_3} \qquad (5)$$

$$\left(\overline{u_1u_2}\right)_0 = 2\frac{c^{1/3}}{k}l^2\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\frac{\partial U_2}{\partial x_3}$$

$$E_0 = \frac{1}{c^{2/3}}l^2\left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2\right]$$

безразмерное число Стюарта:

$$St = \frac{\alpha_* \sigma B^2 / \rho}{\sqrt{\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2}}$$

$$k = \sqrt{\frac{c}{k}}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{k}{c} - 1\right)\right]^{3/4}, \quad c = \left(\frac{c}{k}\right)^{3/2}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{k}{c} - 1\right)\right]^{3/4}$$

$$m = \frac{1}{2\sqrt{r}}(2r + 3), \quad n = \frac{2 + r}{r} + m^2, \quad r = \frac{2}{3}\left(\frac{k}{c} - 1\right)$$

Из выражений Ω_i видно, что некоторые функций в силу симметрии совпадают.

Построенная математическая модель позволяет замыкать уравнение для средних характеристик течения и рассчитать пульсационные характеристики турбулентного течения проводящей жидкости, при этом не требуется дополнительной эмпирической информации по сравнению с моделью в однородной среде.